



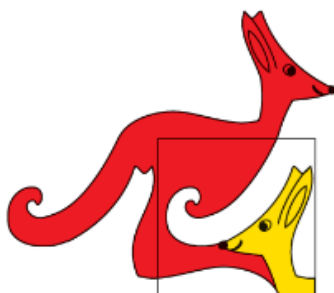
Federación Española de Sociedades  
de Profesores de Matemáticas

# XXIX CANGURO MATEMÁTICO

Nivel 6

2.º de Bachillerato

21 de marzo de 2024



### Duración de la prueba y valoración de cada una de las preguntas

El tiempo para la realización de la prueba es de 1 hora y 15 minutos.

Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con  $1/4$  de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

### Cómo marcar y corregir la respuesta a una pregunta

Por ejemplo, si en la pregunta 1 se desea marcar la opción B hay que rellenar el cuadro de la línea superior

|   | A                        | B                                   | C                        | D                        | E                        |
|---|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Si ahora tienes que rectificar y deseas marcar la opción D, hay que rellenar el cuadro de la línea inferior

|   | A                        | B                                   | C                        | D                                   | E                        |
|---|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> |
|   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Para no responder a una de las preguntas hay que dejar sin marcar todos los cuadros

|   | A                        | B                        | C                        | D                        | E                        |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

#### IMPORTANTE

**Si en una pregunta aparecen más de dos cuadros marcados quedará anulada, contando como no contestada.**

|   | A                        | B                                   | C                                   | D                                   | E                        |
|---|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> |
|   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

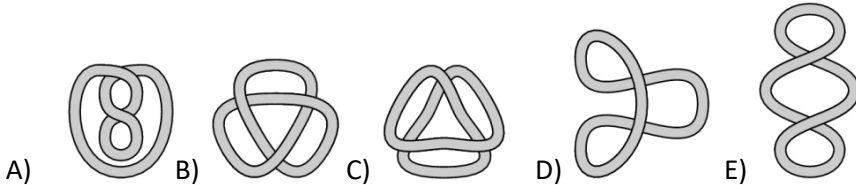
# XXIX CANGURO MATEMÁTICO 2024

## Nivel 6

### 2º de Bachillerato

#### Problemas de 3 puntos

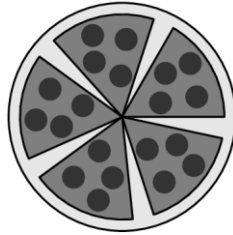
**1** ¿Cuál de las siguientes cuerdas no se puede transformar en esta cuerda sin cortarla?



**2** ¿Cuál de estos números enteros es dos unidades menos que un múltiplo de diez, dos unidades más que un cuadrado y dos veces un número primo?

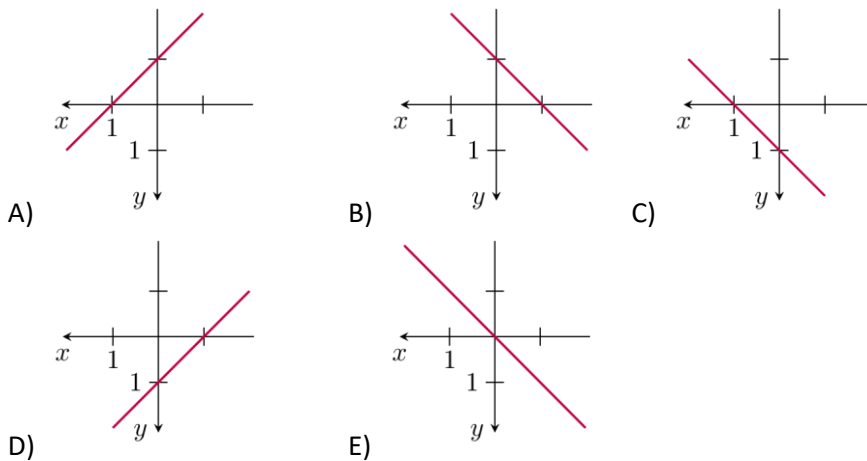
- A) 78      B) 58      C) 38      D) 18      E) 6

**3** Inmaculada cortó una pizza en seis porciones iguales. Después de comer una porción, dispuso las porciones restantes con espacios iguales entre ellas. ¿Cuál es la medida del ángulo que quedó entre cada dos porciones?



- A)  $5^\circ$       B)  $8^\circ$       C)  $9^\circ$       D)  $10^\circ$       E)  $12^\circ$

**4** Juan tiene la costumbre inusual de dibujar el plano  $XY$  con los ejes de coordenadas positivos apuntando hacia la izquierda y hacia abajo. ¿Cómo se vería la gráfica de la ecuación  $y = x + 1$  en un sistema de coordenadas dibujado por Juan?



**5** Carol ha manipulado un dado. Las probabilidades de sacar un 2, 3, 4 o 5 siguen siendo  $\frac{1}{6}$  cada una, pero la probabilidad de sacar un 6 es el doble de la probabilidad de sacar un 1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6?

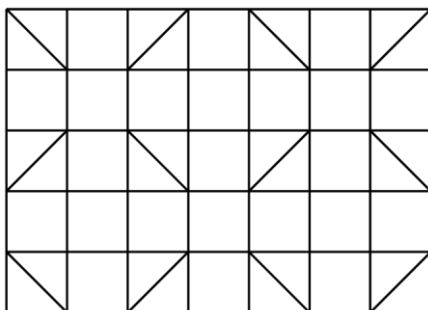
- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{6}$       C)  $\frac{7}{36}$       D)  $\frac{2}{9}$       E)  $\frac{5}{18}$

2.º Bachillerato

**6** ¿Cuál de las siguientes expresiones tiene el mismo valor que la expresión  $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$ ?

- A)  $16^{19}$       B)  $4^{31}$       C)  $4^{60}$       D)  $16^{60}$       E)  $4^{122}$

**7** Nuria desea colorear los cuadrados y triángulos de la siguiente figura de modo que no haya dos polígonos vecinos, incluso aquellos que comparten un solo vértice, que sean del mismo color.



¿Cuál es la menor cantidad de colores que necesitaría?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

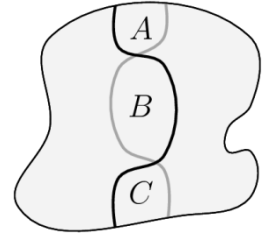
**8** En una mesa hay seis vasos con la boca hacia arriba. En un movimiento cualquiera damos la vuelta, exactamente a cuatro de los vasos. ¿Cuál es el menor número de movimientos necesarios para tener todos los vasos boca abajo?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**9** Un estudiante comenzó con el número 1 y lo multiplicó por 6 o por 10. A continuación, multiplicó el resultado por 6 o por 10, y continuó este procedimiento muchas veces. ¿Cuál de los siguientes valores no puede ser uno de los números obtenidos?

- A)  $2^{100} 3^{20} 5^{80}$       B)  $2^{90} 3^{20} 5^{80}$       C)  $2^{90} 3^{20} 5^{70}$   
D)  $2^{110} 3^{80} 5^{30}$       E)  $2^{50} 5^{50}$

**10** Un sendero negro y otro gris cruzan un parque como se muestra en la imagen. Cada sendero divide el parque en dos regiones de de igual superficie. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta sobre las áreas  $A$ ,  $B$  y  $C$ ?



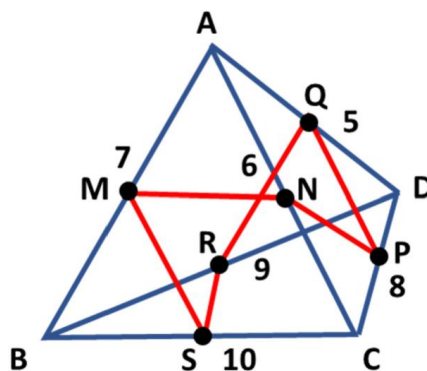
- A)  $A = C$                       B)  $B = A + C$       C)  $B = \frac{1}{2}(A + C)$   
 D)  $B = \frac{2}{3}(A + C)$       E)  $B = \frac{3}{5}(A + C)$

### Problemas de 4 puntos

**11** Solo una de estas afirmaciones sobre un cierto número entero positivo  $n$  es cierta. ¿Qué afirmación es cierta?

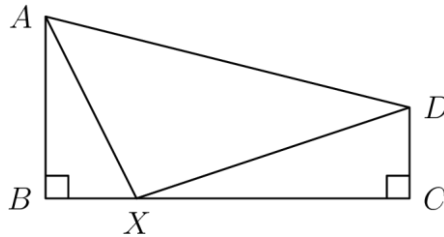
- A)  $n$  es divisible por 3              B)  $n$  es divisible por 6      C)  $n$  es impar  
 D)  $n = 2$                               E)  $n$  es primo

**12** Una pirámide triangular ABCD tiene los lados de longitudes 5, 6, 7, 8, 9 y 10. Los puntos M, N, P, Q, R y S son los puntos medios de las aristas de la pirámide, tal como se indica en la figura. ¿Cuál es el perímetro de la hexagonal cerrada MNPQRSM?



- A) 19      B) 20                      C) 21                      D) 22                      E) 23

**13** Un cuadrilátero ABCD tiene dos ángulos rectos en B y C, donde  $AB = 4$ ,  $BC = 8$  y  $CD = 2$ . Si X es un punto en BC, ¿cuál es el valor mínimo de  $AX + DX$ ?

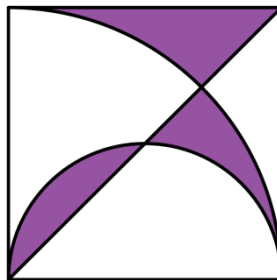


- A)  $9\sqrt{2}$    B) 12   C) 13   D) 10   E) Ninguno de los anteriores

**14** Juan tiene un número de cubos de una unidad de lado, todos negros o todos blancos y quiere construir un cubo de  $3 \times 3 \times 3$  usando 27 cubos. Quiere que la superficie sea exactamente la mitad negra y la mitad blanca. ¿Cuál es el menor número de cubos negros que puede utilizar?

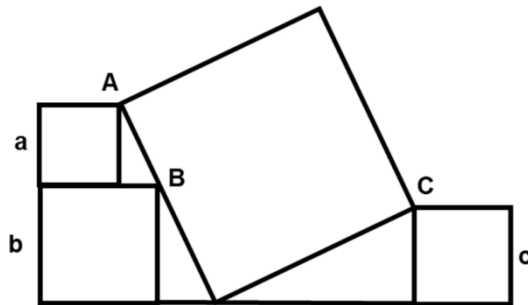
- A) 14   B) 13   C) 12   D) 11   E) Ninguno de los anteriores

**15** En un cuadrado de lado 6 cm se dibujan una diagonal, una semicircunferencia y un cuarto de circunferencia. ¿Cuál es el área de la parte sombreada en centímetros cuadrados?



- A) 9   B)  $3\pi$    C)  $6\pi - 9$    D)  $\frac{10\pi}{3}$    E) 12

**16** La figura muestra cuatro cuadrados. Los más pequeños tienen lados de longitud  $a$ ,  $b$  y  $c$ . Los vértices  $A$  y  $C$  de dos de los cuadrados más pequeños coinciden con dos vértices diagonalmente opuestos del cuadrado grande. El vértice  $B$  del tercer cuadrado pequeño está en el lado del cuadrado grande. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la longitud del lado del cuadrado mayor?



- A)  $\frac{1}{2}(a + b + c)$       B)  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$       C)  $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$   
 D)  $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$       E)  $\sqrt{a^2 + a b + b^2 + c^2}$

**17** Tenemos dos números positivos  $p$  y  $q$ , con  $p < q$ . ¿Cuál de estas expresiones es la mayor?

- A)  $\frac{p+3q}{4}$       B)  $\frac{p+2q}{3}$       C)  $\frac{p+q}{2}$       D)  $\frac{2p+q}{3}$       E)  $\frac{3p+q}{4}$

**18** ¿Cuántos números de tres cifras hay que contengan al menos una de las cifras 1, 2 ó 3?

- A) 27      B) 147      C) 441      D) 557      E) 606

**19** Tengo un número de cuatro cifras distinto de cero  $N = pqrs$ . Cuando coloco una coma decimal entre la  $q$  y la  $r$ , encuentro que el número resultante  $pq,rs$  es la media de los números de dos cifras  $pq$  y  $rs$ . ¿Cuál es la suma de los dígitos de  $N$ ?

- A) 14      B) 18      C) 21      D) 25      E) 27



**20** Dos velas de igual longitud empiezan a arder al mismo tiempo. Una de las velas se consumirá en 4 horas, la otra en 5 horas, cada una a un ritmo constante. ¿Cuántas horas tendrían que arder para que una de las velas tenga una longitud tres veces más larga que la otra?

- A)  $\frac{40}{11}$       B)  $\frac{45}{12}$       C)  $\frac{63}{20}$       D) 3      E)  $\frac{47}{41}$

### Preguntas de 5 puntos

**21** Tenemos seis tarjetas con un número escrito en cada lado de cada tarjeta. Los pares de números de las tarjetas son (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) y (9, 10).

Las tarjetas se pueden colocar en cualquier orden en los espacios en blanco de la figura. ¿Cuál es el resultado más pequeño que podemos obtener?

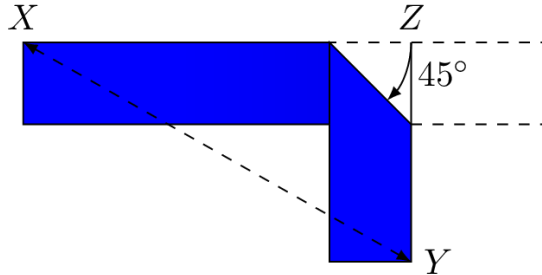
$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

- A) -23      B) -24      C) -25      D) -26      E) -27

**22** María resuelve la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ , y Blanca resuelve la ecuación  $bx^2 + ax + c = 0$  donde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  son números enteros pares distintos de cero, resultando que las dos ecuaciones comparten una raíz. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La solución común debe ser 0.  
B) La ecuación cuadrática  $ax^2 + bx + c = 0$  tiene exactamente una solución real.  
C)  $a > 0$   
D)  $b < 0$   
E)  $a + b + c = 0$

**23** Tengo una tira de papel de 12 cm de largo y 2 cm de ancho. Hago un pliegue a  $45^\circ$  y luego lo doblo, de modo que las dos partes de la tira queden alineadas en ángulo recto, como se muestra en la imagen.



En centímetros, ¿cuál es la longitud más pequeña que puede tener XY?

- A)  $6\sqrt{2}$       B)  $7\sqrt{2}$       C) 10      D) 8      E)  $6 + \sqrt{2}$

**24** Rosa tiene varios dados equiprobables de 12 caras, cada uno con caras etiquetadas del 1 al 12.

Cuando se lanzan todos los dados a la vez, la probabilidad de sacar un 12 exactamente una vez es igual a la probabilidad de no sacar ningún 12.

¿Cuántos dados tiene Rosa?

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

**25** El polinomio  $P$  satisface la relación  $P(x + 1) = x^2 - x + 2P(6)$ , para todo  $x$  real. ¿Cuál es la suma de los coeficientes de  $P$ ?

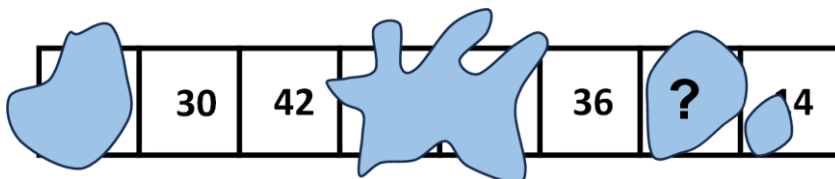
- A) -40      B) -6      C) 12      D) 40      E) Ninguno de los valores anteriores

**26** Dada una función  $f$  definida en el conjunto de números enteros no negativos por la expresión  $f(n) = f(n-1) - f(n-2)$ , donde  $f(0) = 1$  y  $f(1) = 2$ . ¿Cuál es el valor de  $f(2024)$ ?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

2.º Bachillerato

**27** Una tira de papel consta de 8 cuadrados. Inicialmente cada cuadrado contiene el número 0. En cada movimiento elegimos 4 cuadrados consecutivos y sumamos uno a cada uno de los números de esos cuadrados. La figura muestra el resultado después de varios movimientos de este tipo, pero desafortunadamente cayó tinta en algunos cuadrados.



¿Qué número está escrito en el cuadrado con el signo de interrogación?

- A) 24    B) 30    C) 36    D) 48    E) Ninguno de los anteriores

**28** Una función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  satisface que  $f(20 - x) = f(22 + x)$ , para todo  $x$  real. Se sabe que  $f$  tiene exactamente dos raíces. ¿Cuál es la suma de estas dos raíces?

- A) -1    B) 20    C) 21    D) 22    E) Ninguno de los anteriores

**29** Con doce puntos que están equidistantes en una circunferencia. ¿Cuántos triángulos con un ángulo de  $45^\circ$  se pueden formar eligiendo tres de estos puntos?

- A) 48    B) 60    C) 72    D) 84    E) 96

**30** Un número de cuatro dígitos  $abcd$  satisface la ecuación:

$$abcd = a^a + b^b + c^c + d^d$$

¿Cuál es el valor de  $a$ ?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6