



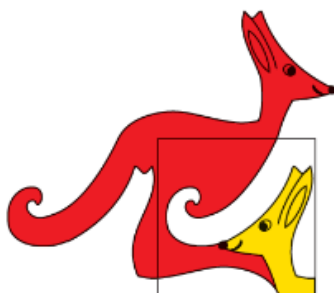
Federación Española de Sociedades
de Profesores de Matemáticas

XXIX CANGURO MATEMÁTICO

Nivel 5

1.º de Bachillerato

21 de marzo de 2024



Duración de la prueba y valoración de cada una de las preguntas

El tiempo para la realización de la prueba es de 1 hora y 15 minutos.

Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con $1/4$ de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Cómo marcar y corregir la respuesta a una pregunta

Por ejemplo, si en la pregunta 1 se desea marcar la opción B hay que rellenar el cuadro de la línea superior

	A	B	C	D	E
1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Si ahora tienes que rectificar y deseas marcar la opción D, hay que rellenar el cuadro de la línea inferior

	A	B	C	D	E
1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Para no responder a una de las preguntas hay que dejar sin marcar todos los cuadros

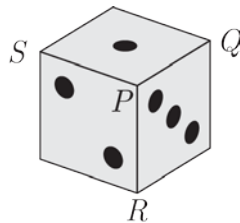
	A	B	C	D	E
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

IMPORTANTE

Si en una pregunta aparecen más de dos cuadros marcados quedará anulada, contando como no contestada.

	A	B	C	D	E
1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3 El número de puntos en las caras opuestas de un dado suma 7. El vértice etiquetado con P en el dado está formado por las caras con 1, 2 y 3 puntos. La suma de sus vértices es la suma del número de puntos de aquellas caras que se encuentran en una esquina determinada. La suma de los vértices de P es $1 + 2 + 3$, que es 6. ¿Cuál de los siguientes valores será la mayor de las sumas de los vértices Q, R y S?



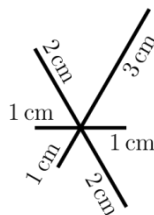
- A) 7 B) 9 C) 10 D) 11 E) 15

4 Un juego de saltos se juega de la siguiente manera: cada jugador salta dentro de los cuadrados, alternando entre el pie izquierdo, ambos pies, el pie derecho, ambos pies, el pie izquierdo, ambos pies, y así sucesivamente como se muestra en la imagen. María jugó y saltó exactamente 48 casillas comenzando con su pie izquierdo. ¿Cuántas veces tocó el suelo su pie izquierdo?



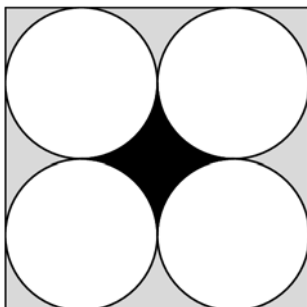
- A) 12 B) 24 C) 36 D) 40 E) 48

5 Tomás quiere dibujar la figura que se muestra en la imagen, sin levantar el lápiz. Se dan las longitudes de los segmentos. ¿Cuál es la distancia total más corta que debe recorrer si puede elegir el punto de partida?



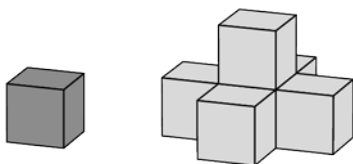
- A) 14 cm B) 15 cm C) 16 cm D) 17 cm E) 18 cm

6 La siguiente imagen muestra un mosaico de forma cuadrada, con cuatro círculos de igual área y una zona central con arena en el suelo. ¿Cuál es la razón entre el área central que tiene arena y el área gris?



- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) π

7 Juan construye una secuencia de pirámides sobre una mesa empezando por un cubo. Hace la primera pirámide añadiendo 5 cubos que ocultan las caras visibles del cubo inicial, como se muestra en la imagen. ¿Cuántos cubos necesita para hacer la segunda pirámide, ocultando las caras de la de la primera pirámide?

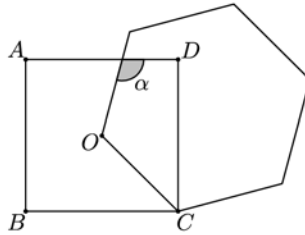


- A) 8 B) 9 C) 10 D) 13 E) 19

8 Un número palíndromo de tres cifras tiene la forma ' aba ', donde las cifras a y b pueden ser iguales o diferentes. ¿Cuál es la suma de los dígitos del mayor palíndromo de tres cifras que también es múltiplo de 6?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24

9 Dibujamos un cuadrado con vértices A, B, C, D y un hexágono regular de lado OC , donde O es el centro del cuadrado. ¿Cuál es la medida del ángulo α ?



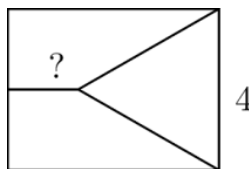
- A) 105° B) 110° C) 115° D) 120° E) 125°

10 Andrés delimita un campo rectangular con 40 m de valla. Las longitudes de los lados del campo son números primos. ¿Cuál es la superficie máxima posible del campo?

- A) 99 m^2 B) 96 m^2 C) 91 m^2 D) 84 m^2 E) 51 m^2

Preguntas de 4 puntos

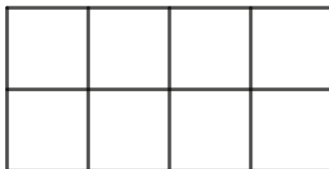
11 Un rectángulo se divide en tres regiones de igual superficie. Una de las regiones es un triángulo equilátero de 4 cm de lado, las otras dos son trapezios, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la longitud del menor de los lados paralelos del trapecio?



- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

1.º Bachillerato

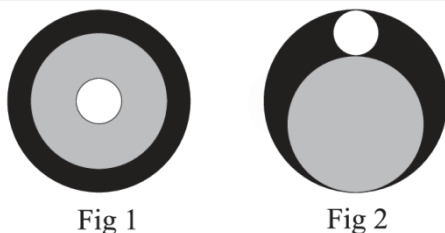
12 Elena coloca las letras mayúsculas A , B , C y D en la tabla de 2×4 que se muestra en la figura. Quiere asegurarse de que en cada una de sus filas y en cada uno de los tres cuadrados más pequeños de 2×2 cada una de las letras aparezca una sola vez. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?



- A) 12 B) 24 C) 48 D) 96 E) 198

13 Sandra recorta tres círculos de tres trozos diferentes de cartulinas de colores. Los coloca uno encima del otro, como se muestra en la figura 1. A continuación, mueve los círculos de modo que los 3 círculos sean tangentes entre sí, como se muestra en la figura 2. En la primera figura, el área de la región negra visible es siete veces el área del círculo blanco.

¿Cuál es la relación entre las áreas de las regiones negras visibles en las figuras?

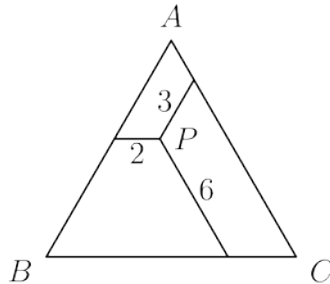


- A) 3:1 B) 4:3 C) 6:5 D) 7:6 E) 9:7

14 La hija de María dio a luz hoy a una niña. Dentro de dos años, el producto de las edades de María, su hija y su nieta será igual a 2024. Las edades de María y su hija son números pares. ¿Qué edad tiene María ahora?

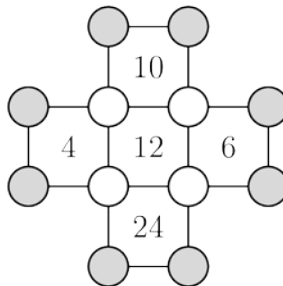
- A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 50

15 Se elige un punto P dentro de un triángulo equilátero. Desde P dibujamos tres segmentos paralelos a los lados, como se muestra en la imagen. Las longitudes de los segmentos son 2 m, 3 m y 6 m, ¿cuál es el perímetro del triángulo?



- A) 22 m B) 26 m C) 33 m D) 39 m E) 44 m

16 Se escribe un número en cada uno de los doce círculos que se muestran. El número dentro de cada cuadrado indica el producto de los números de sus cuatro vértices. ¿Cuál es el producto de los números de los ocho círculos grises?



- A) 20 B) 40 C) 80 D) 120 E) 480

17 Sobre la mesa hay cuatro jarrones en los que se han colocado varios dulces. La cantidad de dulces en el primer jarrón es la cantidad de jarrones que contienen un dulce. La cantidad de dulces en el segundo jarrón es la cantidad de jarrones que contienen dos dulces. La cantidad de dulces en el tercer jarrón es la cantidad de jarrones que contienen tres dulces. La cantidad de dulces en el cuarto jarrón es la cantidad de jarrones que no contienen dulces. ¿Cuántos dulces hay en todos los jarrones juntos?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1.º Bachillerato

18 Juan Felipe tiene n^3 cubos pequeños iguales. Los usa para hacer un cubo grande en el que pinta toda la superficie exterior del cubo grande. El número de cubos pequeños con una sola cara pintada es igual al número de los que no tienen ninguna cara pintada.

¿Cuál es el valor de n ?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

19 Cristina tiene un juego de cartas numeradas del 1 al 12. Coloca ocho de ellas en los vértices de un octógono de tal manera que la suma de cada par de números que comparten un lado sea múltiplo de 3.

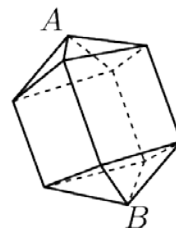
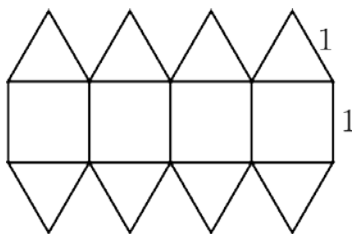
¿Qué números no colocó Cristina?

- A) 1, 5, 9, 12 B) 3, 5, 7, 9 C) 1, 2, 11, 12 D) 5, 6, 7, 8 E) 3, 6, 9, 12

20 Pedro hace un desarrollo usando una combinación de cuadrados y triángulos como se muestra en la figura. Las longitudes de los lados del cuadrado y del triángulo miden 1 cm.

Dobla el desarrollo hasta darle la forma 3D que también se muestra en la imagen de la derecha.

¿Cuál es la distancia entre los vértices A y B ?



- A) $\sqrt{5}$ B) $1 + \sqrt{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $1 + \sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

Preguntas de 5 puntos

21 La factorización en números primos del número. $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$, es de la forma que se muestra en la imagen.

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^4 \cdot 17 \cdot \quad \cdot 43 \cdot 47$

Los números primos se escriben en orden creciente. La tinta ha cubierto algunos de los números. ¿Cuál es el exponente que tiene el número 17?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

22 Carlos dice la verdad un día, miente al día siguiente, vuelve a decir la verdad al tercer día, y así sucesivamente. Un día, hizo exactamente cuatro de las cinco declaraciones siguientes. ¿Cuál no podría haber hecho en este día?

- A) Mentí ayer y mentiré mañana.
 B) Estoy diciendo la verdad hoy y diré la verdad mañana.
 C) 2024 es divisible por 11.
 D) Ayer fue miércoles.
 E) Mañana será sábado.

23 La suma de los dígitos del número N es tres veces la suma de los dígitos del número $N+1$. ¿Cuál es la suma más pequeña posible de los dígitos de N ?

- A) 3 B) 9 C) 12 D) 15 E) 27

24 Julia tiene algunos cubos de una unidad de lado, cuyo color puede ser negro, gris o blanco. Utiliza 27 de ellos para construir un cubo de $3 \times 3 \times 3$. Quiere que la superficie sea exactamente un tercio negra, un tercio gris y un tercio blanca. Si A representa el menor número posible de cubos negros que puede utilizar y B representa el mayor número posible de cubos negros que puede utilizar en su construcción, ¿cuál es el valor de $B - A$?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 7 E) 9

1.º Bachillerato

25 Ana ha lanzado un dado normal 24 veces. Todos los números del 1 al 6 han salido al menos una vez. El número 1 ha salido más veces que cualquier otro número. Ana ha sumado todos los números. ¿Cuál es la suma máxima que ha podido obtener?

- A) 83 B) 84 C) 89 D) 90 E) 100

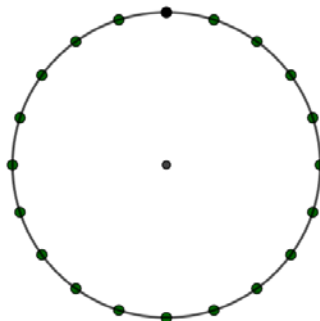
26 Olga caminó por el parque. Caminó la mitad del tiempo total a una velocidad de 2 km/h. Caminó la mitad de la distancia total a una velocidad de 3 km/h. Caminó el resto del tiempo a una velocidad de 4 km/h. ¿Durante qué fracción del tiempo total caminó a una velocidad de 4 km/h?

- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

27 Aníbal ha separado los números enteros del 1 al 25 en dos grupos. Después ha quitado algunos enteros de los grupos para que los productos de los números de cada grupo sean iguales. ¿Cuál es el mínimo de números que Aníbal puede eliminar.

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

28 Veinte puntos están equidistantes en una circunferencia. ¿Cuántas cuerdas se pueden trazar que conecten pares de estos puntos y que sean más largas que el radio del círculo pero más cortas que su diámetro?

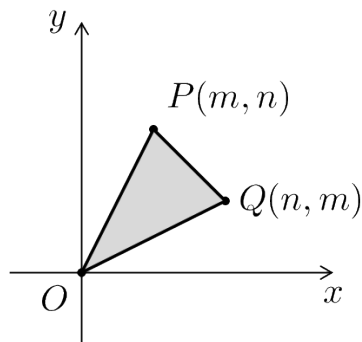


- A) 90 B) 100 C) 120 D) 140 E) 160

29 Tiré seis dados a la vez. No saqué un número diferente en cada dado. Pero tampoco saqué seis del mismo número. Cuando multipliqué los números que salieron, obtuve un número mayor que 15.000, que no era divisible por cuatro. ¿Cuál fue la suma de los números que salieron al tirar los dados?

- A) 21 B) 30 C) 31 D) 33 E) 35

30 Supongamos que m y n son números enteros con $0 < m < n$. Sean $P = (m, n)$, $Q = (n, m)$, y $O = (0, 0)$. ¿Para cuántos pares de valores m y n , el área del triángulo OPQ será igual a 2024?



- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12