



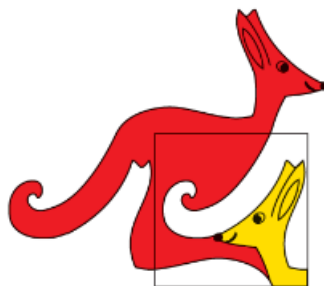
Federación Española de Sociedades
de Profesores de Matemáticas

XXVIII CANGURO MATEMÁTICO

Nivel 6

2.º de Bachillerato

16 de marzo de 2023



XXVIII CANGURO MATEMÁTICO 2023

Nivel 6

2.º de Bachillerato

El tiempo para la realización de la prueba es de 1 hora y 15 minutos.

Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con $1/4$ de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Preguntas de 3 puntos

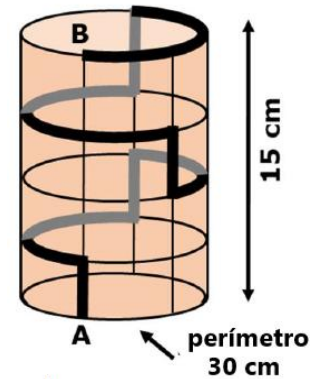
1 Cal é o valor da expresión $\frac{7777^2}{5555 \cdot 2222}$ unha vez simplificada?

- A) 1 B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{49}{10}$ D) $\frac{77}{110}$ E) 49

2 Xulia lanza cinco dados de seis caras, obtendo un total de 19 puntos. Cal é o número máximo de seises que podería ter sacado?

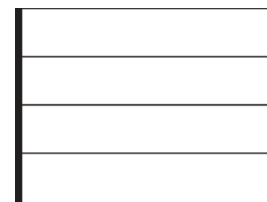
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3 Unha lata cilíndrica ten unha altura de 15 cm e o perímetro da súa base circular é de 30 cm. Unha formiga camiña desde o punto A na base ata o punto B na cima. O seu camiño é vertical cara arriba ou horizontal ao longo de arcos circulares arredor da lata. A súa ruta amósase cunha liña máis grossa (negra para a ruta na fronte da lata e gris na parte posterior). Canto mide o camiño percorrido pola formiga?



- A) 45 cm B) 55 cm C) 60 cm D) 65 cm E) 75 cm

4 Emma ten 4 cores e quere colorear a bandeira rectangular con 3 bandas (ver a imaxe). De cantas maneiras pode facelo, se cada banda está coloreada cunha soa cor e pódese colorear máis dunha banda coa mesma cor, pero ningunha banda adxacente pode ser da mesma cor?

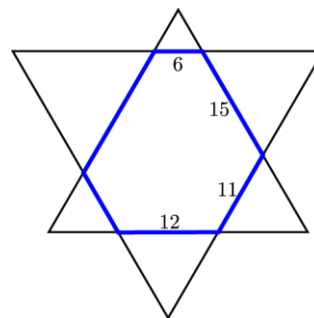


- A) 24 B) 27 C) 32 D) 36 E) 64

6 Cantos pares de enteiros positivos x, y cumpren a ecuación $x + 2y = 2^{10}$?

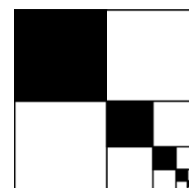
- A) $2^9 - 1$ B) 2^9 C) $2^9 + 1$ D) $2^9 + 2$ E) 0

7 Superpoñemos dous triángulos equiláteros como indica a figura, para formar un hexágono con lados opostos paralelos. Coñecemos a lonxitude de catro lados de dito hexágono, como se amosa na imaxe. Cal é o perímetro do hexágono?



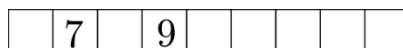
- A) 64 B) 66 C) 68 D) 70 E) 72

8 Un cadrado de área 84 divídese en catro cadrados. O cadrado superior esquerdo é de cor negra. O cadrado inferior dereito vólvese) dividir en catro cadrados, e así sucesivamente. O proceso repítese un número infinito de veces. Que área do cadrado orixinal está coloreada de negro?



- A) 24 B) 28 C) 31 D) 35 E) 42

9. Os números enteiros do 1 ao 9 distribúense nas 9 casas da imaxe de xeito que tres números calquera en casas consecutivas sumen un múltiplo de 3. Os números 7 e 9 xa están colocados. De cantas maneiras diferentes poderán encherse as casas restantes?



- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

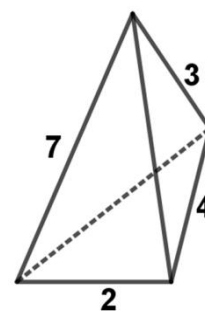
10 Cal é o dígito das unidades do produto $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) 6

Preguntas de 4 puntos

11 Unha pirámide triangular ten arestas cuxas lonxitudes son números enteiros. Catro destas lonxitudes son as que se amosan. Cal é a suma das lonxitudes das outras dúas arestas?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 F) 13



12 Para un enteiro positivo n , defínese $n!$ como o produto de todos os números enteiros de 1 a n . Por exemplo $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Cal é a suma dos díxitos de n se $n! = 6! \cdot 7!$?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 9

13 As gráficas das funcións $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ pasan polo mesmo punto sen importar que valor de a se elixa. Cal é a suma das coordenadas dese punto?

- A) 2 B) 4 C) 7 D) 8 E) Ningunha das anteriores

14 Damos cinco números a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 cuxa suma é S . Están relacionados pola fórmula $a_k = k + S$ para $1 \leq k \leq 5$. Cal é o valor de S ?

- A) $\frac{15}{4}$ B) $-\frac{15}{4}$ C) -15 D) 15 E) Ningún dos anteriores

15 Cantos pares de enteiros m, n satisfán a desigualdade $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

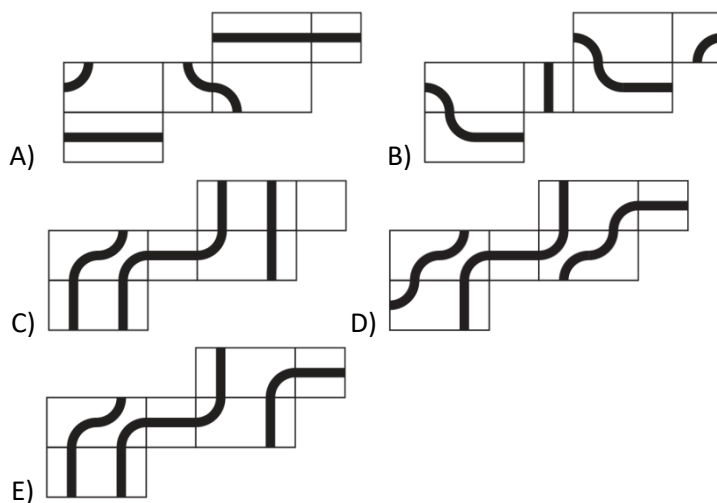
16 Nunha fila dun cine están sentados 23 animais. Cada animal é un gato ou un canguro. Todos teñen polo menos un veciño que é un canguro. Como máximo, cantos gatos hai sentados na fila?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12

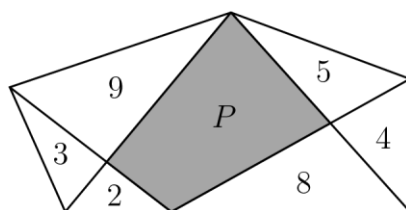
17 Se 5^{5^6} escríbese na forma n^n para algún número natural n , cal é o valor de n ?

- A) 5^{30} B) 5^6 C) 5^5 D) 30 E) 11

18 Luís debuxou un camiño pechado nun prisma rectangular e despregouno no plano. Cal dos seguintes desenvolvementos non podería representar o camiño debuxado por Luís?



19 Divídese un pentágono en partes máis pequenas, como se amosa na figura. Os números situados dentro dos triángulos indican as súas respectivas áreas. Cal é a área P do cuadrilátero sombreado?



- A) 15 B) $\frac{31}{2}$ C) 16 D) 17 E) Ningunha das anteriores

20 Cantos números son divisores de $2^{20}3^{23}$ pero non o son de $2^{10}3^{20}$?

- A) 13 B) 30 C) 273 D) 460 E) Ningún dos anteriores

Preguntas de 5 puntos

21 Dúas funcións f e g definidas en \mathbb{R} satisfán o sistema de ecuacións

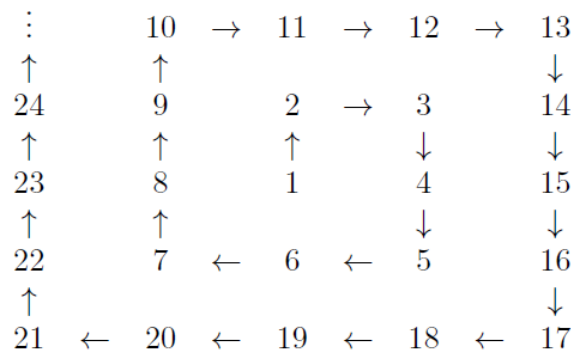
$$f(x) + 2g(1 - x) = x^2 \text{ e } f(1 - x) - g(x) = x^2. \text{ Cal é a expresión da función } f?$$

- A) $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ B) $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ C) $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$
 D) $x^2 - 4x + 5$ E) Ningunha das funcións anteriores

22 Nunha competición, 13 escaladoras participan en tres categorías. A puntuación de cada competidora é o produto das súas clasificacións nas tres categorías. Por exemplo, se unha é 4.ª, 3.ª e 6.ª, a súa puntuación final é $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$. Canto maior sexa a súa puntuación, menor será a súa clasificación xeral. Cal é a clasificación xeral máis baixa posible de Ana nesta competición se ocupa o primeiro lugar en dúas das categorías?

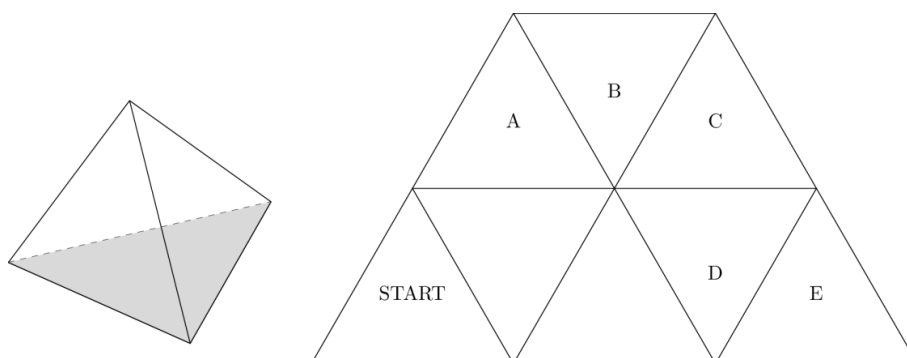
- A) Segunda B) Terceira C) Cuarta D) Quinta E) Sexta

23 Créase unha espiral de números consecutivos, como se amosa, comenzando polo 1. Se continúa o patrón da espiral, en que forma aparecerán os números 625, 626 e 627?



- A) $\begin{matrix} 627 \\ \uparrow \\ 626 \\ \uparrow \\ 625 \end{matrix}$ B) $\begin{matrix} 626 & \rightarrow & 627 \\ \uparrow \\ 625 \end{matrix}$ C) $625 \rightarrow 626 \rightarrow 627$
- D) $\begin{matrix} 625 & \rightarrow & 626 \\ & & \downarrow \\ & & 627 \end{matrix}$ E) $\begin{matrix} 625 \\ \downarrow \\ 626 \\ \downarrow \\ 627 \end{matrix}$

24 Un bloque en forma de tetraedro regular ten unha cara sombreada.



A cara sombreada do bloque colócase no taboleiro no triángulo co título *START*. Despois, faise rodar o bloque dun triángulo ao seguinte xirando arredor dunha aresta. Sobre que triángulo se parará o bloque por primeira vez sobre a súa cara sombreada?

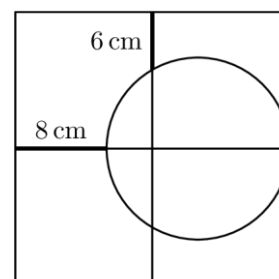
- A) A B) B C) C D) D E) E

25 Parte do polinomio de quinto grao non se pode ver por mor dunha mancha de tinta. Sábese que as cinco raíces do polinomio son números enteiros. Cal é a potencia máis alta de $x-1$ que divide ao polinomio?

$$x^5 - 11x^4 + \text{mancha} - 7$$

- A) $x - 1$ B) $(x - 1)^2$ C) $(x - 1)^3$ D) $(x - 1)^4$ E) $(x - 1)^5$

26 O cadrado grande da figura divídese en catro cadrados máis pequenos. O círculo toca o lado dereito do cadrado no seu punto medio. Cal é a lonxitude do lado do cadrado grande? Ten en conta que a figura non está debuxada a escala.



- A) 18 cm B) 20 cm C) 24 cm
D) 28 cm E) 30 cm

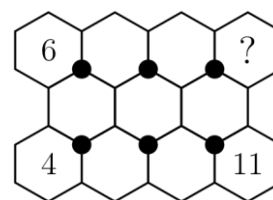
27 Cal é o máximo común divisor de todos os números da forma

$$n^3(n + 1)^3(n + 2)^3(n + 3)^3(n + 4)^3,$$

onde n é un número natural distinto de cero?

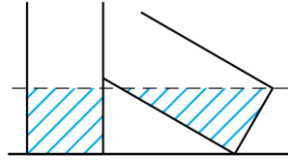
- A) $2^9 3^3$ B) $2^6 3^3 5^3$ C) $2^6 3^2 5^3$ D) $2^8 3^2 5^3$ E) $2^9 3^3 5^3$

28 Os números do 1 ao 11 colócanse nos hexágonos baleiros para que a suma dos tres números arredor de cada un dos seis puntos negros sexa a mesma. Que número se colocará no hexágono da posición na que aparece o signo de interrogación?



- A) 5 B) 4 C) 7 D) 3 E) 9

29 Dous cilindros idénticos conteñen a mesma cantidade de auga. Un cilindro está dereito e o outro está apoiado contra el, de xeito que o nivel da auga en cada un deles é o mesmo (ver a imaxe). A parte inferior de cada un dos cilindros é un círculo cunha área de $3\pi \text{ m}^2$. Canta auga contén cada cilindro?



- A) $3\sqrt{3} \pi \text{ m}^3$ B) $6\pi \text{ m}^3$ C) $9\pi \text{ m}^3$ D) $\frac{3\pi}{4} \text{ m}^3$
 E) É imposible calculalo a partires da información facilitada

30 O produto de seis números consecutivos é un número de doce díxitos da forma

$$abb \ cdd \ cdd \ abb,$$

onde os díxitos a , b , c e d son catro números consecutivos nalgunha orde.

O valor do dígito d é

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5