



XXV CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2018



Nivel 6 (2º de Bachillerato)

Día 15 de marzo de 2018. Tiempo: 1 hora y 15 minutos

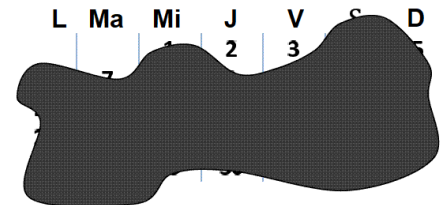
No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una

1

La imagen muestra el calendario de un cierto mes del año. Cayó tinta en el calendario y la mayor parte no se puede ver. ¿Qué día de la semana fue el 27 de ese mes?

- A) lunes B) miércoles C) jueves
D) sábado E) domingo



2

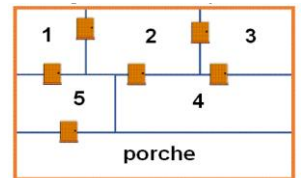
¿Cuál de las siguientes expresiones numéricas tiene mayor valor?

- A) $2 - 0 \cdot 1 + 8$ B) $2 + 0 \cdot 1 + 8$ C) $2 \cdot 0 + 1 \cdot 8$ D) $2 \cdot (0 + 1 + 8)$ E) $2 \cdot 0 + 1 + 8$

3

La figura muestra el plano de la casa de Renata, que entra en su casa desde el porche y atraviesa cada puerta exactamente una vez. ¿En qué habitación termina?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



4

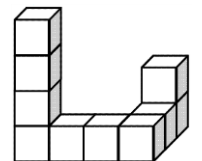
Thor tiene siete piedras y un martillo. Cada vez que golpea una piedra con el martillo obtiene cinco piedras más pequeñas. Hace esto varias veces. ¿Cuál de los siguientes números es la cantidad de piedras con las que puede terminar?

- A) 17 B) 20 C) 21 D) 23 E) 25

5

La pieza que se muestra en la figura de la derecha está formada por 10 cubos pegados. Se sumerge en un bote de pintura que la cubre por completo. ¿Cuántos de los cubos tienen pintadas exactamente cuatro de sus caras?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



6

Las dos afirmaciones siguientes son ciertas:

- "Algunos alienígenas son verdes y los otros son morados"
"Los alienígenas verdes solo viven en Marte"

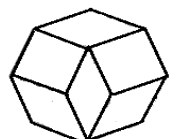
De estas premisas se deduce lógicamente que

- A) Todos los alienígenas viven en Marte B) En Marte solo hay alienígenas morados
C) Algunos alienígenas morados viven en Venus
D) Todos los alienígenas morados viven en Venus E) No viven alienígenas verdes en Venus

7

Cuatro rombos idénticos y dos cuadrados se juntan para formar un octógono regular. ¿Cuál es la medida del mayor ángulo de cada rombo?

- A) 135° B) 140° C) 144° D) 145° E) 150°

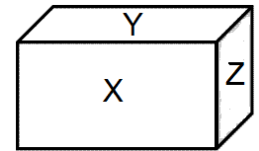


8

Hay 65 bolas en una caja. Ocho son blancas y el resto negras. En cada extracción se pueden sacar de la caja 5 bolas como máximo. No está permitido volver a poner ninguna bola en la caja. ¿Cuál es el menor número de extracciones que se necesita hacer para garantizar que se saque al menos una bola blanca?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

9 Las caras de un ladrillo ortoédrico tienen áreas X, Y y Z, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el volumen del ladrillo?



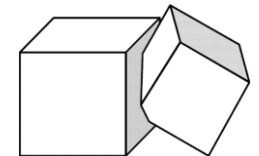
- A) XYZ B) \sqrt{XYZ} C) $\sqrt{XY + YZ + ZX}$
 D) $3\sqrt[3]{XYZ}$ E) $2(X + Y + Z)$

10 ¿De cuántas maneras se puede escribir el número 1001 como suma de dos números primos?

- A) ninguna B) una C) dos D) tres E) más de tres

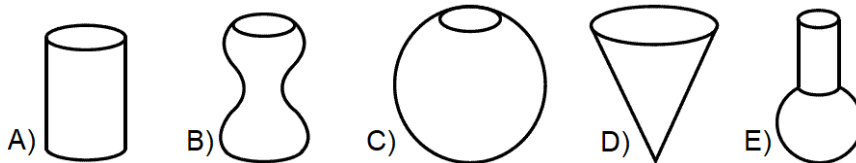
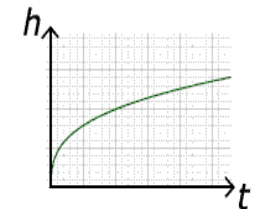
Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Dos cubos de volúmenes V y W se incrustan parcialmente uno en el otro. La parte del cubo de volumen V que no es común a los dos cubos es el 90% de su volumen. La parte del cubo del volumen W que no es común a los dos cubos es el 85% de su volumen. ¿Cuál es la relación entre V y W?



- A) $V = \frac{2}{3}W$ B) $V = \frac{3}{2}W$ C) $V = \frac{85}{90}W$
 D) $V = \frac{90}{85}W$ E) $V = W$

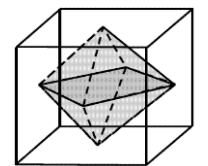
12 Un jarrón se llena completamente de agua, a un ritmo constante. La gráfica muestra la altura h del agua en función del tiempo t. ¿Cuál de las siguientes podría ser la forma del jarrón?



13 $|\sqrt{17} - 5| + |\sqrt{17} + 5| =$

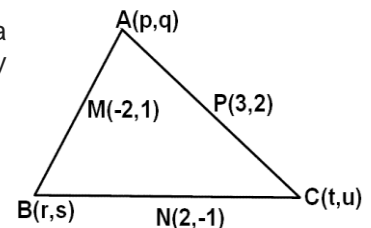
- A) 10 B) $2\sqrt{17}$ C) $\sqrt{34} - 10$ D) $10 - \sqrt{34}$ E) 0

14 Un octaedro está inscrito en un cubo de arista 1. Los vértices del octaedro están en el centro de las caras del cubo. ¿Cuál es el volumen del octaedro?



- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

15 Los vértices de un triángulo son $A(p,q)$, $B(r,s)$ y $C(t,u)$, como se muestra en la figura. Los puntos medios de los lados del triángulo son $M(-2,1)$, $N(2,-1)$ y $P(3,2)$. ¿Cuál es el valor de $p + q + r + s + t + u$?



- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 5 E) ninguno de estos

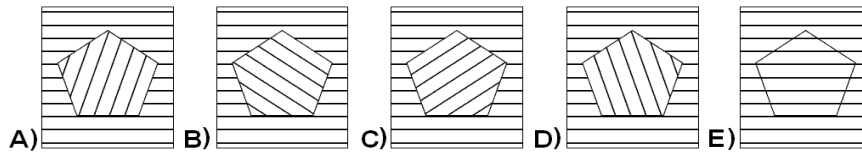
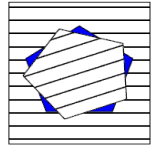
16 Antes del partido de fútbol entre Real Madrid y Manchester United se hicieron cinco predicciones:

1. El partido no terminará en empate
2. El Real Madrid marcará
3. El Real Madrid ganará
4. El Real Madrid no perderá
5. Se marcarán tres goles

¿Cuál fue el resultado final del partido Real Madrid – Manchester United si exactamente tres de las predicciones que se hicieron resultaron ciertas?

- A) 3 – 0 B) 2 – 1 C) 0 – 3 D) 1 – 2 E) esta situación no es posible

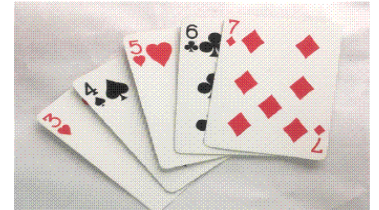
- 17 Recortamos un pentágono regular de un pedazo de papel rayado. Después giramos el pentágono 21° alrededor de su centro, en sentido contrario al de las agujas del reloj. La figura muestra la situación después del primer giro. ¿Qué veremos cuando el pentágono vuelva a encajar por primera vez en el hueco?



- 18 ¿Cuál de estos cinco números no es divisor de $18^{2017} + 18^{2018}$?

A) 8 B) 18 C) 28 D) 38 E) 48

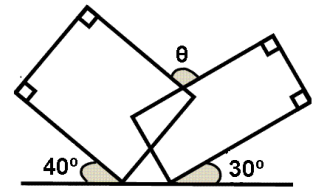
- 19 Tres de las cinco cartas que se muestran en la figura se le dan a Nadia, y el resto a Raúl. Nadia multiplica los 3 valores de sus cartas y Raúl los 2 de las suyas. Sucede que la suma de los dos productos obtenidos es un número primo. ¿Cuál es la suma de los valores de las cartas de Nadia?



A) 12 B) 13 C) 15 D) 17 E) 18

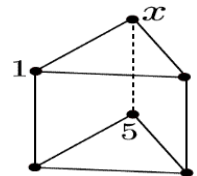
- 20 Dos rectángulos están inclinados respecto a la línea horizontal, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la medida del ángulo θ ?

A) 105° B) 120° C) 130°
D) 135° E) ninguna de estas



Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

- 21 El prisma de la figura está formado por dos triángulos y tres cuadrados. Los seis vértices están numerados con los números del 1 al 6, de tal manera que la suma de los cuatro vértices de cada cuadrado sea la misma para los tres cuadrados. Los números 1 y 5 ya se muestran. ¿Qué número está en el vértice etiquetado con x ?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) la situación es imposible

- 22 Las raíces de la ecuación $x^2 - x - 2018 = 0$ son m y n . ¿Cuál es el valor de $n^2 + m$?

A) 2016 B) 2017 C) 2018 D) 2019 E) 2020

- 23 Cuatro hermanos llamados A, B, C y D tienen diferentes alturas. Ellos dicen lo siguiente:

A: "No soy ni el más alto ni el más bajo" B: "No soy el más bajo"
C: "Soy el más alto" D: "Soy el más bajo"

Exactamente uno de ellos está mintiendo. ¿Quién es el más alto?

A) A B) B C) C D) D E) no tenemos suficiente información

- 24 Sea f una función tal que $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$, para todos los enteros x e y . Si $f(1) = \frac{1}{2}$, entonces el valor de $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$ es

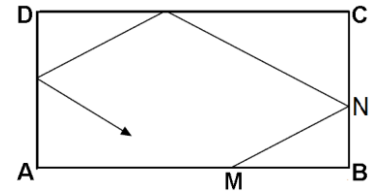
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{15}{8}$ E) 6

25 Una función cuadrática $f(x) = x^2 + px + q$ es tal que su gráfica corta a los ejes en tres puntos diferentes. La circunferencia que pasa por estos tres puntos corta a la gráfica de f en un cuarto punto. ¿Cuáles son las coordenadas de este cuarto punto?

- A) $(0, -q)$ B) (p, q) C) $(-p, q)$ D) $\left(\frac{-q}{p}, \frac{q^2}{p^2}\right)$ E) $(1, p + q + 1)$

26 Tenemos una mesa de billar rectangular, con lados de longitudes 3 m y 2 m. Una bola se lanza desde el punto M de uno de los lados más largos. Rebota una vez en cada lado, como se muestra en la figura. ¿A qué distancia del punto A golpeará el lado inicial si $\overline{BM} = 1,2$ m y $\overline{BN} = 0,8$ m?

- A) 1,2 m B) 1,5 m C) 2 m D) 2,8 m E) 1,8 m

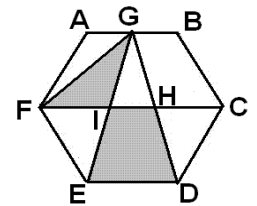


27 ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $\left| \left| 4^x - 3 \right| - 2 \right| = 1$?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

28 ABCDEF es un hexágono regular. G es el punto medio de AB. H e I son los puntos de intersección de los segmentos GD y GE con FC, respectivamente. ¿Cuál es el cociente entre el área del triángulo GIF y el área del trapecio IHDE?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$



29 En una clase hay un 40% más de chicas que de chicos. ¿Cuál es el número total de estudiantes en esta clase, si la probabilidad de que dos personas elegidas al azar sean de distinto sexo es igual a $1/2$?

- A) 20 B) 24 C) 36 D) 38 E) esta situación no es posible

30 Arquímedes calculó $15!$. El resultado está escrito en la pizarra:

1 □ 0 7 6 7 4 3 6 □ 0 0 0

Dos de las cifras, la segunda y la décima, no son visibles. ¿Cuáles son estas dos cifras?

- A) 2 y 0 B) 4 y 8 C) 7 y 4 D) 9 y 2 E) 3 y 8