



# XXIV CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2017



Nivel 6 (2° de Bachillerato)

**Día 16 de marzo de 2017. Tiempo: 1 hora y 15 minutos**

**No se permite el uso de calculadoras.** Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

**Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una**

**1**  $M = \frac{20 \times 17}{2 + 0 + 1 + 7}$ . El valor de M es:

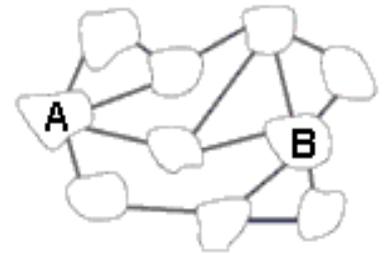
- A) 3,4                      B) 17                      C) 34                      D) 201,7                      E) 340

**2** Benito fabrica una maqueta que representa a su hermano, utilizando la escala 1:87 (usada para construir maquetas de ferrocarriles). ¿Cuál es la estatura de su hermano, si su maqueta tiene 2 cm de altura?

- A) 1,74 m                      B) 1,62 m                      C) 1,86 m                      D) 1,94 m                      E) 1,70 m

**3** La figura representa 10 islas y 15 puentes. ¿Cuál es el menor número de puentes que debemos cerrar para que no sea posible ir de A a B a través de puentes?

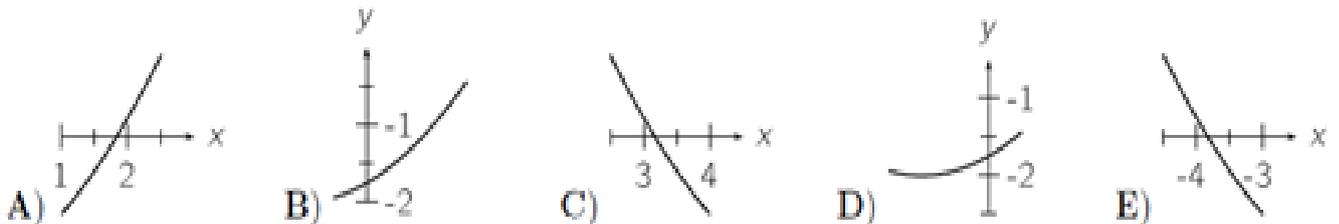
- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5



**4** Dos números positivos  $a$  y  $b$  son tales que el 75% de  $a$  es igual al 40% de  $b$ . Esto significa que

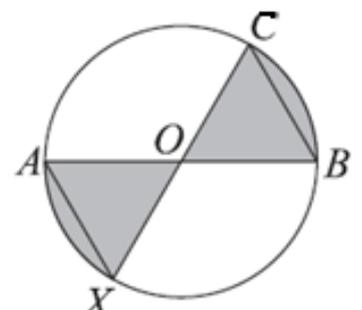
- A)  $15a = 8b$                       B)  $7a = 8b$                       C)  $3a = 2b$                       D)  $5a = 12b$                       E)  $8a = 15b$

**5** Cuatro de las cinco figuras siguientes forman parte de la gráfica de una misma función cuadrática. ¿Cuál de ellas no puede formar parte de dicha gráfica?



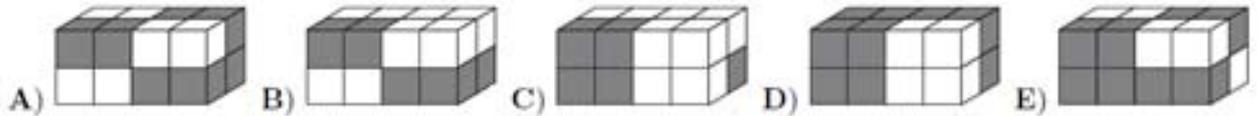
**6** Se considera un círculo de centro O y diámetros AB y CX de tal manera que  $OB = BC$ . ¿Qué porción del área del círculo es gris?

- A)  $\frac{2}{5}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{2}{7}$                       D)  $\frac{3}{8}$                       E)  $\frac{4}{11}$



7

Una barra está formada por dos cubos blancos y dos grises pegados como se indica en la figura de la derecha. ¿Cuál de las siguientes construcciones se puede formar con 4 barras como esa?



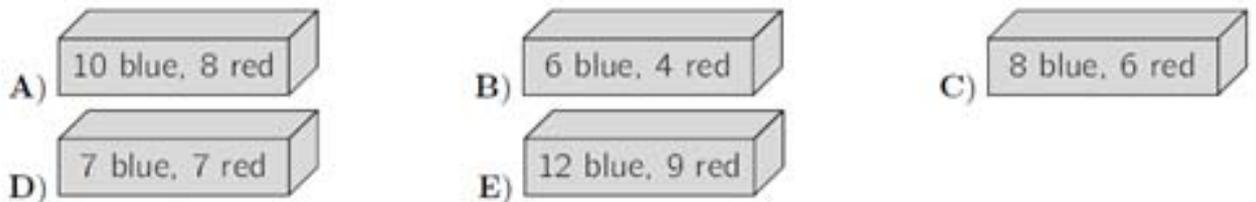
8

En un sistema de coordenadas cartesianas rectangulares, ¿qué cuadrante NO contiene puntos de la gráfica de la función  $f(x) = -3,5x + 7$ ?

- A) Primer cuadrante
- B) Segundo cuadrante
- C) Tercer cuadrante
- D) Cuarto cuadrante
- E) Todos los cuadrantes contienen puntos de esa gráfica

9

Cada una de las siguientes cajas contiene bolas azules (blue) y rojas (red), como se ve en la figura. Se desea extraer una bola de una de las cajas de manera que la probabilidad de que sea azul sea máxima. ¿De qué caja hay que extraerla?



10

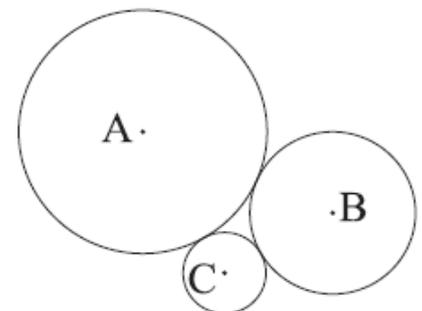
¿Cuál de las gráficas de las siguientes funciones tiene más puntos comunes con la gráfica de la función  $f(x) = x$ ?

- A)  $g_1(x) = x^2$
- B)  $g_2(x) = x^3$
- C)  $g_3(x) = x^4$
- D)  $g_4(x) = -x^4$
- E)  $g_5(x) = -x$

**Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una**

11

Tres círculos mutuamente tangentes exteriores de centros A, B y C tienen radios que miden 3, 2, 1, respectivamente. ¿Cuánto vale el área del triángulo ABC?



- A) 6
- B)  $4\sqrt{3}$
- C)  $3\sqrt{2}$
- D) 9
- E)  $2\sqrt{6}$

12

El número positivo p es menor que 1, y el número positivo q es mayor que 1. ¿Cuál de los siguientes números es mayor?

- A)  $p \cdot q$
- B)  $p + q$
- C)  $p/q$
- D) p
- E) q

13

Dos cilindros rectos A y B tienen el mismo volumen. El radio de la base de B es 10% mayor que el de la base de A. ¿En qué porcentaje la altura de A es mayor que la de B?

- A) 5%
- B) 10%
- C) 11%
- D) 20%
- E) 21%

14

Una función f tiene la siguiente propiedad:  $f(2x + 1) + 3 = 4x^2 + 6x + 2f(1)$ . ¿Cuánto vale f(2)?

- A) 10
- B) 9
- C) 8
- D) 7
- E) 6

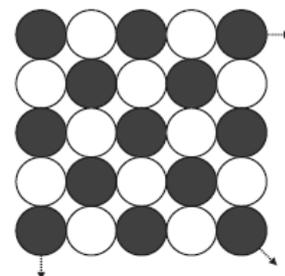
**15** Tenemos cuatro dados tetraédricos, perfectamente equilibrados, en cuyas caras están los números 2, 0, 1 y 7. Lanzamos los cuatro dados. ¿Cuál es la probabilidad de que podamos formar el número 2017 utilizando exactamente una de las tres caras visibles de cada dado?

- A)  $\frac{1}{256}$       B)  $\frac{63}{64}$       C)  $\frac{81}{256}$       D)  $\frac{3}{32}$       E)  $\frac{29}{32}$

**16** El polinomio  $5x^3 + ax^2 + bx + 24$  tiene coeficientes enteros a y b. ¿Cuál de los siguientes números no es, con certeza, una raíz del polinomio?

- A) 1      B) -1      C) 3      D) 5      E) 6

**17** Tenemos 2017 fichas. 1009 de ellas son negras y el resto blancas. Comenzamos a formar un "cuadrado" por la esquina superior izquierda, empezando por una ficha negra, y colocando alternativamente fichas negras y blancas en cada fila y en cada columna, como se indica en la figura. Una vez que hayamos formado de esta manera el mayor cuadrado posible, ¿cuántas fichas quedan de cada color?

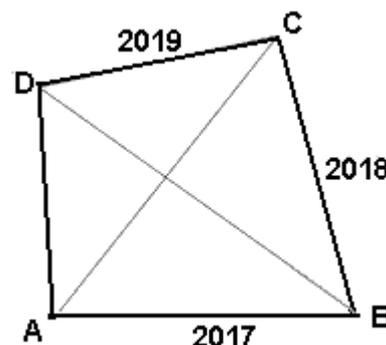


- A) Ninguna      B) 40 de cada color      C) 40 negras y 41 blancas  
D) 41 de cada color      E) 40 blancas y 41 negras

**18** Dos números naturales consecutivos son tales que las sumas de las cifras de cada uno de ellos son múltiplos de 7. ¿Cuántas cifras, al menos, tiene el menor de los dos números?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

**19** En un cuadrilátero convexo ABCD las diagonales son perpendiculares. Tres de los lados miden  $AB = 2017$ ,  $BC = 2018$ ,  $CD = 2019$ . ¿Cuánto mide AD?  
(La figura no está a escala).



- A) 2016      B) 2018      C)  $\sqrt{2020^2 - 4}$       D)  $\sqrt{2018^2 + 2}$       E) 2020

**20** El canguro piensa que mentir de vez en cuando es divertido. Cada tres frases seguidas que dice, una es falsa. Está pensando en un número de dos cifras, y le dice a su colega: "Una de sus cifras es dos". "Es mayor que 50". "Es un número par". "Es menor que 30". "Es divisible por 3". "Una de sus cifras es 7". ¿Cuál es la suma de las cifras del número en que está pensando el canguro?

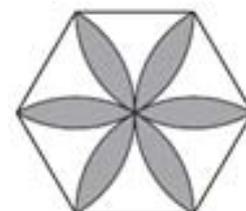
- A) 9      B) 12      C) 13      D) 15      E) 17

**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una**

**21** ¿Cuántos enteros positivos hay tales que si se borra su última cifra se obtiene un número igual a  $1/14$  del número original?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

**22** La figura muestra un hexágono regular de lado 1. La flor se forma con arcos de círculo de radio 1, con centros en los vértices del hexágono. ¿Cuál es el área de la flor?



- A)  $\frac{\pi}{2}$       B)  $\frac{2\pi}{3}$       C)  $2\sqrt{3} - \pi$       D)  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$       E)  $2\pi - 3\sqrt{3}$

**23**

El primer término de la sucesión  $\{a_n\}$  es  $a_1 = 2017$ , y  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$

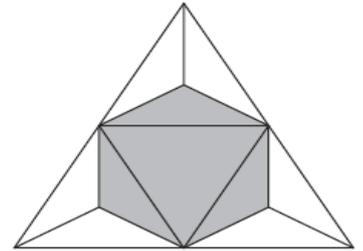
Entonces el término que ocupa el lugar 2017 en la sucesión es:

- A) -2017      B)  $\frac{-1}{2016}$       C)  $\frac{2016}{2017}$       D) 1      E) 2017

**24**

Se considera un tetraedro regular. Mediante cuatro planos que pasan por los puntos medios de tres aristas adyacentes se eliminan sus cuatro vértices, formándose el poliedro gris de la figura. ¿Qué parte del volumen del tetraedro es el volumen del poliedro así formado?

- A)  $\frac{1}{5}$       B)  $\frac{3}{4}$       C)  $\frac{2}{3}$       D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{1}{3}$

**25**

La suma de las longitudes de los tres lados de un triángulo rectángulo es 18 y la suma de los cuadrados de esas longitudes es 128. ¿Cuál es el área del triángulo?

- A) 18      B) 16      C) 12      D) 10      E) 9

**26**

Tenemos 5 cajas, 5 bolas blancas y 5 bolas negras. Tú eliges como poner las bolas en las cajas (cada caja debe contener al menos una bola). Tu oponente (que no te ha visto poner las bolas en las cajas) elige una caja, de la que saca una bola, y gana si la bola es blanca. De lo contrario, tú ganas. ¿Cómo debes distribuir las bolas en las cajas para que tú tengas la mayor probabilidad de ganar?

- A) Se pone una bola negra y una blanca en cada caja  
 B) Dispones todas las bolas negras en tres cajas, y todas las blancas en dos  
 C) Dispones todas las bolas negras en 4 cajas, y todas las blancas en una caja  
 D) Pones una bola negra en cada caja, y todas las bolas blancas en una caja  
 E) Pones una bola blanca en cada caja, y todas las negras en una caja

**27**

Se escriben nueve enteros en las casillas de una tabla 3x3. La suma de los nueve números es igual a 500. Se sabe que los números en dos casillas contiguas (las que comparten un lado) difieren en 1. ¿Cuál es el número de la casilla central?

- A) 50      B) 54      C) 55      D) 56      E) 57

**28**

Si  $|x| + x + y = 5$  y  $x + |y| - y = 10$ , ¿cuál es el valor de  $x + y$ ?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**29**

¿Cuántos enteros positivos de tres cifras  $abc$  hay, tales que  $(a+b)^c$  es un entero de tres cifras que además es una potencia de 2?

- A) 15      B) 16      C) 18      D) 20      E) 21

**30**

Cada una de las 2017 personas que viven en una isla son, o bien mentirosos (que siempre mienten), o veraces (que siempre dicen la verdad). Más de 1000 de ellos asisten a un banquete, sentados todos alrededor de una mesa redonda. Cada uno de ellos dice: De las dos personas que hay sentadas junto a mí, una es mentirosa y la otra es veraz". ¿Cuántas personas veraces, a lo sumo, hay en la isla?

- A) 1683      B) 668      C) 670      D) 1344      E) 1343