



XXVII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2020



Nivel 6 (2º de Bachillerato)

Día: martes, 24 de marzo de 2020. Tiempo: 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una

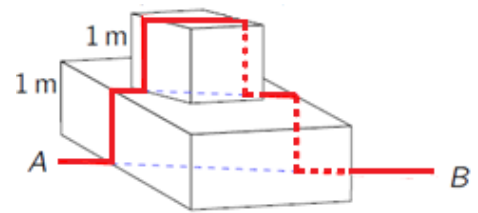
1

La suma de las dos últimas cifras del producto $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ es

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

2

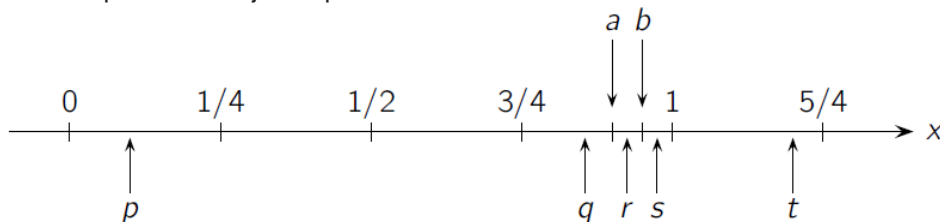
Una hormiga caminaba todos los días en línea recta horizontal del punto A al B, que están separados 5 m. Un día los humanos colocaron en su camino dos extraños obstáculos de paredes verticales y 1 m de altura cada uno. Ahora la hormiga camina a lo largo o por encima de la misma línea recta, salvo que ahora tiene que subir y bajar verticalmente los dos obstáculos, como se ve en la figura. ¿Qué distancia recorre ahora?



- A) 7 m B) 9 m C) $5 + 4\sqrt{2}$ m D) $9 - 2\sqrt{2}$ m
E) depende de los ángulos que presenten los obstáculos respecto del camino recto inicial

3

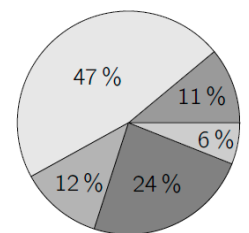
René marcó con la mayor precisión posible dos puntos a y b en la recta numérica. ¿Cuál de los puntos p, q, r, s, t en esta recta representa mejor su producto $a \cdot b$?



- A) p B) q C) r D) s E) t

4

El diagrama de sectores muestra qué transporte utilizan los estudiantes de mi instituto. Aproximadamente el número de los que vienen en bici dobla a los que usan el transporte público y casi el mismo número viene en coche que a pie. El resto usa patinete. ¿Qué porcentaje usa patinete?



- A) 6% B) 11% C) 12% D) 24% E) 47%

5

La suma de los cinco números de tres cifras ABC, BCD, CDE, DEA y EAB es 2664. ¿Cuál es el valor de la suma de las cifras A, B, C, D y E?

- A) 4 B) 14 C) 24 D) 34 E) 44

6

¿Cuál es el valor de la fracción $\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$?

- A) 2020 B) 3030 C) 4040 D) 6060 E) 7070

7

Sean a, b y c enteros que satisfacen $1 \leq a \leq b \leq c$ y $a \cdot b \cdot c = 1000\,000$. ¿Cuál es el mayor valor posible de b ?

- A) 100 B) 250 C) 500 D) 1000 E) 2000

8 Si D dromedarios pesan K kilos y E elefantes pesan lo mismo que M dromedarios, ¿cuántos kilos pesa un elefante, suponiendo que todos los animales de la misma especie pesan lo mismo?

- A) $D \cdot K \cdot E \cdot M$ B) $\frac{D \cdot K}{E \cdot M}$ C) $\frac{K \cdot E}{D \cdot M}$ D) $\frac{K \cdot M}{D \cdot E}$ E) $\frac{D \cdot M}{K \cdot E}$

9 Tenemos dos dados y cada uno tiene dos caras rojas, dos azules y dos blancas. Si lanzamos los dados juntos, ¿cuál es la probabilidad de que ambos muestren el mismo color?

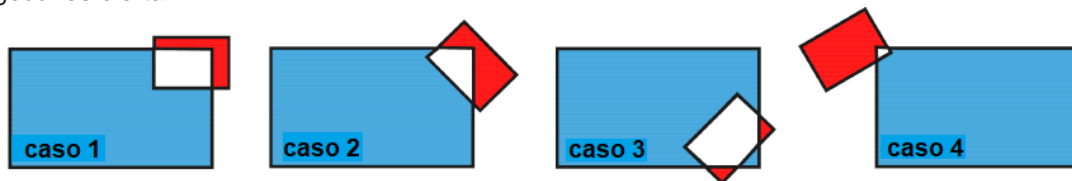
- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{3}$

10 ¿Cuál de los siguientes números no es divisible por 3, cualquiera que sea el número entero n ?

- A) $5n+1$ B) n^2 C) $n(n+1)$ D) $6n-1$ E) n^3-2

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Un rectángulo grande y otro pequeño se superponen. Las figuras muestran 4 casos diferentes. Denotamos por G el área de la parte del rectángulo grande que no es común a los dos rectángulos, y denotamos por P el área del rectángulo pequeño que no es común a los dos. De las siguientes afirmaciones sobre la cantidad $G - P$, ¿cuál es cierta?



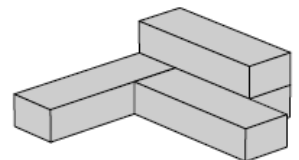
- A) $G - P$ es mayor en el caso 1 B) $G - P$ es mayor en el caso 2
 C) $G - P$ es mayor en el caso 3 D) $G - P$ es mayor en el caso 4
 E) $G - P$ es igual en todos los casos

12 Cinco monedas están sobre una mesa con las "caras" hacia arriba. Después, en cada paso se voltean tres monedas. ¿Cuál es el menor número de pasos necesarios para que todas las monedas tengan sus "cruces" hacia arriba?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) no es posible

13 Se pegan cuatro cajas idénticas para formar la pieza que se muestra en la imagen. Si se requiere 1 litro de pintura para pintar el exterior de una de esas cajas, ¿cuántos litros de pintura se necesitarán para pintar el exterior de la pieza?

- A) 2,5 B) 3 C) 3,25 D) 3,5 E) 4



14 Sean a , b y c tres números enteros. ¿Cuál de los siguientes valores nunca puede ser igual a $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$?

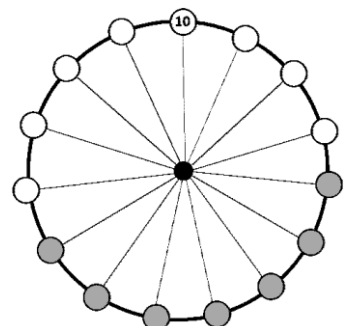
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 6 E) 8

15 El número entero 29..... tiene 100 cifras. ¿Cuántas cifras tiene su cuadrado?

- A) 101 B) 199 C) 200 D) 201 E) no se puede saber

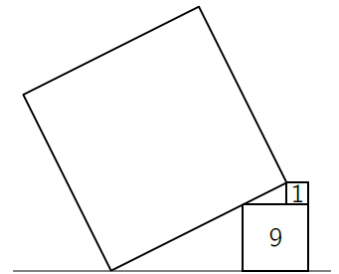
16 Tenemos 15 números colocados en una rueda. Solo uno de los números es visible (un 10 en la parte superior). La suma de los números en cualesquiera 7 posiciones consecutivas en la rueda (como las grises) es la misma en todos los casos. Si sumamos los 15 números de la rueda, ¿cuántos de los resultados 75, 216, 365 o 2020 son posibles?

- A) ninguno B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



17 Se apoya un cuadrado grande en otros dos cuadrados, como se ve en la imagen. Los números en los cuadrados pequeños muestran su área. ¿Cuál es el área del cuadrado grande?

- A) 49 B) 80 C) 81 D) 82 E) 100

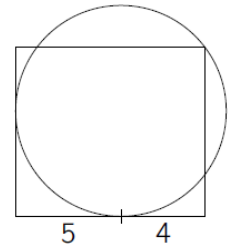


18 La sucesión f_n viene dada por $f_1 = 1$, $f_2 = 3$ y $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ para $n \geq 1$. ¿Cuántos de los primeros 2020 términos de la sucesión son pares?

- A) 673 B) 674 C) 1010 D) 1011 E) 1347

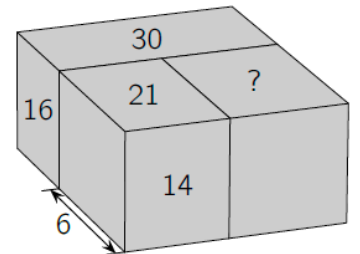
19 Tenemos un rectángulo y una circunferencia, la cual es tangente a dos de los lados del rectángulo y pasa por uno de sus vértices, como se muestra en la figura. Uno de los puntos de contacto divide a uno de los lados del rectángulo en dos segmentos de longitudes 5 y 4, respectivamente. ¿Cuál es el área del rectángulo?

- A) 27π B) 25π C) 72 D) 63 E) ninguno de los anteriores



20 A partir de tres paralelepípedos se construye otro más grande, como se ve en la figura. Una arista de uno de ellos mide 6 m y las áreas de algunas de sus caras, en m^2 , son 14, 21, 16 y 30, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la cara con el signo de interrogación, en m^2 ?

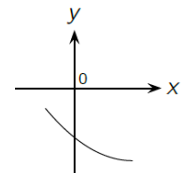
- A) 18 B) 24 C) 28
D) 30 E) no se puede calcular



Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

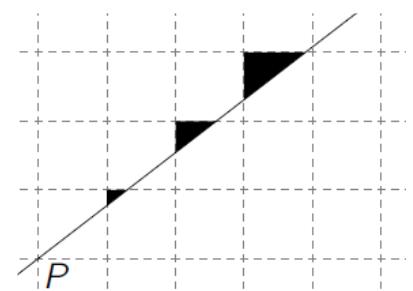
21 La figura muestra un arco de la parábola de ecuación $y = ax^2 + bx + c$. ¿Cuál de los siguientes números es positivo?

- A) c B) $b + c$ C) $a \cdot c$ D) $b \cdot c$ E) $a \cdot b$



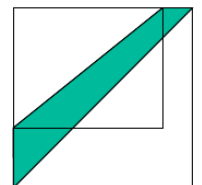
22 Se dibuja una recta en un papel cuadrículado y se colorean tres triángulos, como se ve en la figura. ¿Cuál de las siguientes podría ser la razón de las áreas de los triángulos?

- A) 1 : 2 : 3 B) 1 : 2 : 4 C) 1 : 3 : 9
D) 1 : 4 : 8 E) ninguna de las anteriores



23 Las longitudes de los lados de un jardín rectangular se amplían en un 20% y en un 50%, respectivamente, y se convierte en un jardín cuadrado, como se muestra en la imagen. Si el área sombreada entre las dos diagonales es $30 m^2$, ¿cuál era el área del jardín original?

- A) $60 m^2$ B) $65 m^2$ C) $70 m^2$ D) $75 m^2$ E) $80 m^2$



24 Un número N es divisible por todos los enteros del 2 al 11, excepto por dos de ellos. ¿Cuál de las siguientes parejas de números puede ser la excepción?

- A) 2 y 3 B) 4 y 5 C) 6 y 7 D) 7 y 8 E) 10 y 11

25 Una heladería ofrece por la mañana helados de 16 sabores y Ana elige un helado de 2 sabores. Por la tarde se agotaron los de varios sabores y Belén eligió un helado de 3 sabores de los que quedaron. Tanto Ana como Belén pudieron elegir entre la misma cantidad de combinaciones posibles de sabores. ¿Cuántos sabores se agotaron?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

26 Hay 71 canicas en una caja. Un juego consiste en sacar 30 canicas de la caja, si las hay, o meter 18. Se puede jugar indefinidamente. ¿Cuál es la menor cantidad de canicas que puede quedar en la caja en algún momento?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

27 Clara cogió un papel cuadrado de lado 1 y lo dobló de tal manera que hizo coincidir dos de sus lados en la diagonal (ver figura), obteniendo un cuadrilátero. ¿Cuál es el área de este cuadrilátero?

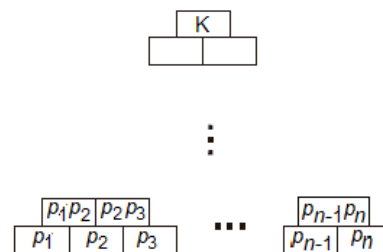


- A) $2 - \sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2} - 1$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{3}{5}$

28 Un iceberg tiene forma de cubo y el 90% de su volumen está sumergido en el agua. Solo tres aristas del cubo son parcialmente visibles sobre el agua. Las partes visibles de estas aristas miden 24 m, 25 m y 27 m, respectivamente. ¿Cuántos metros mide una arista del iceberg?

- A) 30 B) 33 C) 34 D) 35 E) 39

29 Hay n números primos p_1, p_2, \dots, p_n diferentes en la fila inferior de una tabla piramidal, como se ve en la figura. El producto de dos números contiguos de una fila se coloca en la fila superior, en la casilla situada exactamente sobre ellos. El número $K = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$ está en la casilla de la última fila. Si $\alpha_2 = 8$, ¿cuántos números hay en la tabla que sean divisibles por p_4 ?



- A) 4 B) 16 C) 24 D) 28 E) 36





30 Adrián y Belén intentan averiguar cuál de las siguientes figuras es la favorita de Carlos.



Adrián sabe que Carlos le ha dicho a Belén su forma favorita, pero no su color. Belén sabe que Carlos le ha dicho a Adrián su color favorito, pero no su forma. Entonces se produce la siguiente conversación:

Adrián: "No conozco la figura favorita de Carlos y sé que Belén tampoco puede conocerla".
 Belén: "Al principio no conocía la figura favorita de Carlos, pero ahora ya lo sé".
 Adrián: "Ahora también yo lo sé".

¿Cuál es la figura favorita de Carlos?

- A)  B)  C)  D)  E) 