



# XXVII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2020

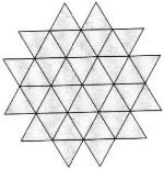
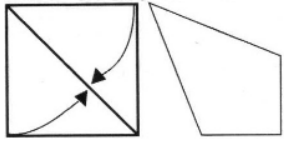


Nivel 4 (4º de ESO)

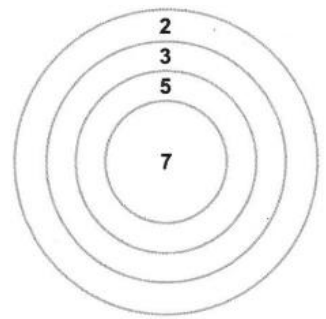
Día: martes, 24 de marzo de 2020. Tiempo: 1 hora y 15 minutos

**No se permite el uso de calculadoras.** Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

**Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una**

- 1** La expresión  $4^n + 4^{n+1}$ , para cualquier  $n$  natural, es divisible por  
 A) solo 2 y 4      B) 2, 4 y 8      C) 2, 4 y 5      D) 2, 6 y 5      E) 2, 4 y 7
- 2** ABC es un triángulo rectángulo en C. Sean  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sus lados. Si  $c = 4$ , y  $a + b = \sqrt{18}$ , entonces el área del triángulo es  
 A)  $\frac{1}{2}$       B) 1      C) 2      D) 4      E) 18
- 3** La fecha 19/03/2020 está escrita usando 5 cifras distintas. Hay dos fechas en 2020 en las que se usan solo 2 cifras distintas. ¿Cuál es la diferencia, en días, entre esas dos fechas?  
 A) 2      B) 3      C) 4      D) 18      E) 19
- 4** Los números  $n$ ,  $2n-2$ ,  $4n-4$ , ... están en progresión aritmética. El cuarto término de la progresión es  
 A) -6      B) -2      C) 0      D) 2      E) 6
- 5** La figura está compuesta por 36 triángulos equiláteros idénticos. ¿Cuál es el menor número de este tipo de triángulos que hay que añadir a la figura para convertirla en un hexágono regular?  
 A) 10      B) 12      C) 15      D) 18      E) 24
- 
- 6** Laura y Miguel están resolviendo problemas de Matemáticas. Miguel resuelve 6 problemas cada día y Laura 4. ¿En cuántos días resolverá Laura el mismo número de problemas que Miguel resuelve en 4 días?  
 A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8
- 7** En España hay cambio de hora dos veces al año. A finales de marzo se adelanta el reloj 1 hora (pasa de las 2:00 a las 3:00). En Paraguay cambia también la hora, pero atrasando el reloj de las 3:00 a las 2:00. Si el 1 de enero, cuando en España son las 12:00 am en Paraguay son las 6:00 am, ¿qué hora será en Paraguay el 1 de junio, cuando en España sean las 12:00 am?  
 A) 4:00 am      B) 5:00 am      C) 6:00 am      D) 8:00 am      E) 10:00 am
- 8** Cogemos una hoja cuadrada de papel y plegamos dos de sus lados sobre la diagonal, como se ve en la figura, para obtener un cuadrilátero. ¿Cuál es la medida del mayor ángulo del cuadrilátero?  
 A)  $112,5^\circ$       B)  $120^\circ$       C)  $125^\circ$       D)  $135^\circ$       E)  $150^\circ$
- 
- 9** Hay 4 equipos en un torneo de fútbol. Cada equipo juega con todos los demás una vez. En cada partido, el ganador obtiene 3 puntos, el perdedor 0 y en caso de empate 1 punto cada uno. Después de haber jugado todos los partidos, ¿qué puntuación es imposible que algún equipo haya conseguido?  
 A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

- 10** En la escuela de Adrián se ha organizado un campeonato de dardos. Cada participante obtiene una puntuación que se calcula multiplicando los puntos obtenidos en cada lanzamiento, según la zona del blanco donde se clava el dardo (ver figura). La puntuación de Adrián ha sido 18. ¿Cuántas veces ha lanzado el dardo?



- A) 12      B) 9      C) 6      D) 3      E) 2

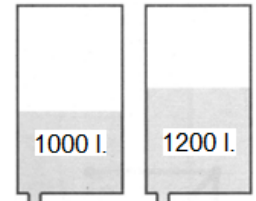
**Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una**

- 11** ¿Cuántos rectángulos diferentes, de área 24 y cuyos lados tienen longitud entera, se pueden construir?
- A) 3      B) 4      C) 6      D) 9      E) 12

- 12** En las casillas de una cuadrícula 3x3 se disponen los nueve números 2, 4, 6, 12, 14, 16, 22, 24 y 26, de tal manera que la suma de los números en cada fila, en cada columna y en cada diagonal es la misma. De entre los siguientes números, ¿cuál no puede ocupar la casilla inferior izquierda?

- A) 4      B) 12      C) 16      D) 22      E) 24

- 13** En una granja hay dos depósitos de riego, como se ve en la figura. Actualmente hay 1000 litros de agua en el primero y 1200 en el segundo. Cuando se riega, del primero salen 10 litros de agua por hora y del segundo, simultáneamente, 30 litros por hora. ¿En cuántas horas se igualará el volumen de agua de los dos depósitos si no se les añade agua?

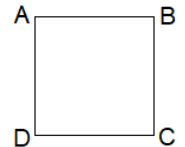


- A) 3 horas      B) 5 horas      C) 6 horas      D) 9 horas      E) 10 horas

- 14** Un supermercado ofrece 2 euros de descuento por cada 25 euros gastados en sus productos. Si por la compra mensual pagamos 368 euros, ¿cuál era el valor de la compra antes del descuento?

- A) 400 euros      B) 356 euros      C) 390 euros      D) 402 euros      E) 374 euros

- 15** ABCD es un cuadrado y ABE es un triángulo equilátero, con el vértice E exterior al cuadrado. Entonces la medida del ángulo EDB es:



- A) 15°      B) 30°      C) 45°      D) 60°      E) 75°

- 16** Sara y Manuel han pedido una pizza. Sara se come 1/9 de ella y Manuel se come 3/8 del resto de la pizza. ¿Qué fracción de la pizza ha sobrado?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{4}{9}$       C)  $\frac{7}{9}$       D)  $\frac{5}{9}$       E) la pizza entera

- 17** Si  $\frac{d}{c} = 4$ ,  $\frac{c}{b} = 3$  y  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ , entonces  $\frac{a}{d}$  vale

- A)  $\frac{1}{12}$       B)  $\frac{1}{18}$       C)  $\frac{1}{20}$       D)  $\frac{1}{24}$       E)  $\frac{1}{36}$

- 18** Se supone que  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  son números enteros, que el número  $a^3 \cdot b^2 \cdot c$  es impar y que el número  $b \cdot d$  es par. ¿Cuál de los siguientes números es, con seguridad, un número par?

- A)  $d^2 + a$       B)  $\frac{d}{2} + a$       C)  $a \cdot b \cdot c + b \cdot d$       D)  $b \cdot c + a$       E)  $\frac{d}{4} + c$

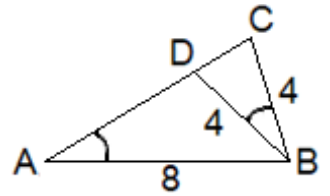
- 19** Si  $m$  y  $n$  son números enteros positivos, la operación  $\otimes$  se define así:  $n \otimes m = (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-m)$ . Si  $8 \otimes x = 210$ , ¿cuánto vale  $x$ ?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

20

En la figura,  $\angle BAC = \angle DBC$ ,  $DB = CB = 4$  y  $AB = 8$ . La longitud de  $AC$  es

- A) 6      B) 7      C) 7,5      D)  $\sqrt{60}$       E) 8



**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una**

21

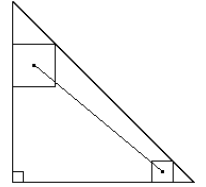
Si  $x \geq 2$  y  $\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 4} = 2$ , entonces  $x^2$  es igual a

- A) 2      B)  $\sqrt{5}$       C) 4      D) 5      E) 25

22

En un triángulo rectángulo isósceles de hipotenusa  $13\sqrt{2}$  se dibujan 2 cuadrados, de lados 2 y 4, como se ve en la figura. La distancia entre los centros de los cuadrados es

- A) 12      B) 10      C) 9      D) 14      E) ninguna de las anteriores



23

Se considera el conjunto  $S = \{1, 2, 3, \dots, 14, 15\}$ . Sea  $K = \{a, b, c\}$  un subconjunto de  $S$  tal que

$b = \frac{a+c}{2}$ . ¿Cuántos subconjuntos  $K$  de este tipo se pueden formar?

- A) 41      B) 44      C) 49      D) 51      E) 55

24

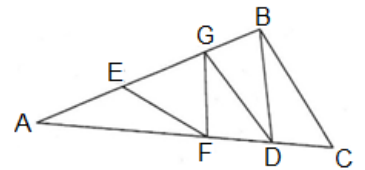
Escribimos la sucesión 4, 8, 12, 16, ..., 2012, 2016, **2020**, 2015, 2010, 2005, ..., 15, 10, 5. Comienza en 4 y se incrementa de 4 en 4 hasta 2020; luego decrece de 5 en 5 hasta el número 5. ¿Cuál es el término de esta sucesión que ocupa el lugar 789?

- A) 606      B) 595      C) 620      D) 610      E) 600

25

El triángulo  $ABC$  está dividido en 5 triángulos de la misma área, como se ve en la figura de la derecha. La razón  $FD/AC$  es

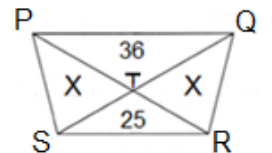
- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{4}{9}$       C)  $\frac{4}{15}$       D)  $\frac{5}{12}$       E)  $\frac{5}{18}$



26

$PQRS$  es un trapecio con  $PQ$  paralelo a  $SR$ . Las diagonales  $PR$  y  $SQ$  se cortan en  $T$ . Las áreas de dos de los triángulos así formados son 36 y 25. El área de cada triángulo marcado con  $X$  es

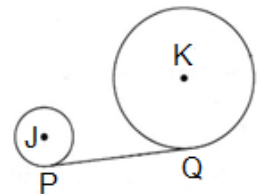
- A) 25      B) 30      C) 32      D) 36      E) 61



27

En la figura, el punto  $J$  es el centro de la circunferencia de radio 5 cm y  $K$  es el centro de la circunferencia de radio 12 cm. La distancia de  $J$  a  $K$  es 25 cm. El segmento  $PQ$  es tangente a ambas circunferencias, como se ve en la figura. La longitud de  $PQ$ , en cm, es

- A) 13      B) 18      C) 20      D) 24      E) 25



28

Si  $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ , son tales que  $0 < a < b < c < d < 15$  y  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$ , ¿cuánto vale  $c$ ?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

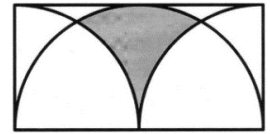
29

Sofía tiene 50 triángulos rectángulos isósceles idénticos. Quiere hacer un cuadrado usando algunos de esos triángulos. ¿Cuántos tamaños diferentes puede tener ese cuadrado?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

**30**

El rectángulo de la figura tiene 2 m de base y 1 m de altura. Como se ve, en este rectángulo están inscritos un semicírculo y dos cuartos de círculo. Si la zona coloreada de gris tiene un área que llamamos  $P$ , entonces se puede afirmar que



A)  $P > \frac{1}{2}$

B)  $P = \frac{1}{2}$

C)  $P = \frac{\sqrt{3}}{4}$

D)  $P > \frac{\sqrt{3}}{4}$

E)  $P < \frac{\sqrt{3}}{4}$